

全国 2017 年 10 月高等教育自学考试

离散数学试题

课程代码:02324

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

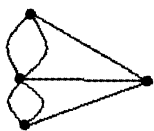
注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

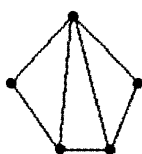
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 15 小题,每小题 1 分,共 15 分,在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

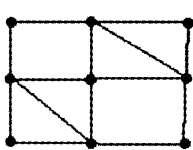
- 令 p :他怕困难, q :他战胜困难,命题"他战胜困难是因为他不怕困难"的符号化形式为
 A. $\neg p \rightarrow q$ B. $\neg q \rightarrow p$ C. $\neg p \wedge q$ D. $\neg p \vee q$
- 令 $F(x)$: x 为苹果, $H(x,y)$: x 与 y 完全相同, $L(x,y)$: $x=y$,则命题"没有完全相同的苹果"的符号化形式为
 A. $\neg \exists x \exists y (F(x) \wedge F(y) \wedge L(x,y) \rightarrow H(x,y))$
 B. $\neg \exists x \exists y (F(x) \wedge F(y) \wedge \neg L(x,y) \wedge H(x,y))$
 C. $\neg \exists x \exists y (F(x) \wedge F(y) \wedge \neg L(x,y) \rightarrow H(x,y))$
 D. $\forall x \forall y (F(x) \wedge F(y) \wedge \neg L(x,y) \wedge \neg H(x,y))$
- 一颗树有 2 个 4 度结点,3 个 3 度结点,其余为树叶,则该树中树叶个数是
 A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
- 设集合 $A = \{a, b, c, d\}$,现有 A 上的二元关系 $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle, \langle b, a \rangle \}$,则 A 是
 A. 自反的 B. 对称的
 C. 反对称的 D. 传递的
- 下图中为欧拉图的是



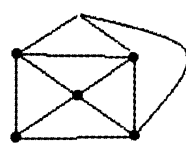
A.



B.



C.



D.

6. 下列谓词公式中,不是前束范式的为
 A. $\forall x \forall y (A(x) \rightarrow B(y))$
 B. $\forall x \exists y (A(x) \wedge B(y))$
 C. $\forall x \exists y (A(x) \wedge B(y) \rightarrow C(z))$
 D. $\forall x \exists y (A(x) \wedge B(y) \rightarrow \exists z C(z))$
7. 表示集合之间关系的图是
 A. 文氏图 B. 哈斯图 C. 欧拉图 D. 树
8. 无向完全图 K_6 的边的条数为
 A. 10 B. 15 C. 20 D. 30
9. 设 T 是 n 阶树($n \geq 2$),则 T 不具有的性质是
 A. 连通图 B. 哈密顿图
 C. 有 $n-1$ 条边 D. 至少有两片树叶
10. 设 R, S 均为集合 A 上的二元关系,下面命题正确的是
 A. 若 R 与 S 是自反的,则 $R \circ S$ 也是自反的
 B. 若 R 与 S 是反自反的,则 $R \circ S$ 也是反自反的
 C. 若 R 与 S 是对称的,则 $R \circ S$ 也是对称的
 D. 若 R 与 S 是传递的,则 $R \circ S$ 也是传递的
11. 以下关于图的矩阵的描述,正确的是
 A. 邻接矩阵即关系矩阵 B. 可达矩阵是针对无向图的
 C. 无向图有邻接矩阵 D. 可达矩阵是针对有向图的
12. 一个 6 阶连通图的边数至少为
 A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
13. 下列关于反函数的命题,正确的是
 A. 单射函数有反函数 B. 任意函数均有反函数
 C. 满射函数有反函数 D. 双射函数有反函数
14. 一个 6 阶图,其各结点度数之和不可能为
 A. 10 B. 12 C. 15 D. 20
15. 在整数集合 Z 上定义 $*$ 运算如下: $a, b \in Z, a * b = a + b - 10$,则代数系统 $\langle Z, * \rangle$ 是
 A. 格 B. 环 C. 域 D. 群

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

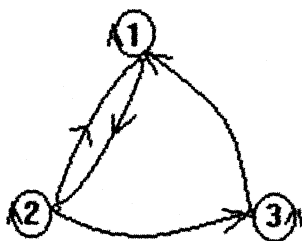
二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

16. 设 $\Sigma = \{a, b\}$ 是字母表, Σ^* 表示由 Σ 上的字符构成的有限长度的串的集合(包含长度为 0 的串,即空串在内), $A = \{a, b, aa, bb, aaa, bbb\}$, $B = \{\omega \mid \omega \in \Sigma^* \wedge |\omega| \geq 2\}$, $C = \{\omega \mid \omega \in \Sigma^* \wedge |\omega| \leq 2\}$, 则 $A - (B \cap C) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 在整数域中,命题公式 $\forall x \exists y(x \cdot y = 0)$ 的真值为 _____,命题公式 $\exists x \forall y(x \cdot y = 1)$ 的真值为 _____。
18. 设 A 为非空有限集合, $P(A)$ 为 A 的幂集, $\cup$ 为集合的并运算,群 $\langle P(A), \cup \rangle$ 中,单位元是 _____,零元是 _____。
19. 一个手镯等距离地镶嵌着 5 颗彩珠,每颗彩珠可以从红、白、蓝、绿、黄 5 种颜色中挑选。如果要求手镯上的彩珠颜色都不相同,则可以构成 _____ 种不同颜色彩珠分布的手镯。
20. 某连通平面图有 6 个顶点,其平面表示中共有 8 个面,则其边有 _____ 条。
21. 设有集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 上的二元关系 $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle c, c \rangle, \langle d, d \rangle \}$, 则 $R^2 =$ _____, $R^3 =$ _____。
22. 为了从无向完全图 K_6 中得到其生成树,至少需要删除 _____ 条边。
23. 设有集合 $A = \{a, b, c\}$ 上的二元关系 $R_1 = \{ \langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle c, b \rangle \}$, 则 R_1 的自反闭包 $r(R_1) =$ _____, R_1 的对称闭包 $s(R_1) =$ _____。
24. 一个无向图有 21 条边,有 3 个 4 度结点,其余结点均为 3 度,则其结点共有 _____ 个。
25. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{a, b, c, d, e\}$, 则 $|A \times B| =$ _____, 而 $|P(A) \times B| =$ _____。

三、计算题: 本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分。

26. 用列真值表的方法说明下列逻辑等价式成立
 $(P \rightarrow (Q \rightarrow P)) \Leftrightarrow (\neg P \rightarrow (Q \rightarrow \neg P))$ 。
27. 用等值演算法推导命题公式 $(P \rightarrow Q \wedge R) \wedge (\neg P \rightarrow (\neg Q \wedge \neg R))$ 的主析取范式。
28. 设解释 I 为: 个体域 $D = \{a, b\}$, $F(x)$ 与 $G(x)$ 为 2 个一元谓词, 且 $F(a) = 0, F(b) = 1, G(a) = 1, G(b) = 0$ 。在 I 下, 求命题公式 $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$ 的真值。
29. 设集合 $S = \{1, 2, 3\}$, 题 29 图为 S 上的二元关系 R 的关系图



题 29 图

- (1) 写出 R 的集合表达式; (2) 写出 R 的关系矩阵。
30. 求下述集合等式成立的充要条件, 并证明结论
 $(A - C) \cup B = A \cup B$

四、证明题：本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分。

31. 设 n 阶无向简单图 $G = \langle V, E \rangle$, 其中边数满足：

$$|E| > (n-1)(n-2)/2$$

证明 G 是连通图。

32. 证明下列谓词公式为永真式：

$$\forall y(A(y) \rightarrow \exists x A(x)).$$

33. 设 a, b, c 均为奇数, 证明一元二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0$$

无有理数根。

五、综合应用题：本大题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分。

34. 无向树 T 有 8 片树叶, 2 个 3 度分支点, 其余的分支点都是 4 度, 求 T 的阶数, 并画出全部非同构的这种树。

35. 设 $\langle A, | \rangle$ 为偏序关系, 其中 $|$ 为整除关系, 即 $a|b$ 当且仅当 a 整除 b 。已知 $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 15, 30\}$ 。画出这个偏序关系的哈斯图, 并判断其是否为格。